

令和 7(2025)年度 学習院大学

理学部

数学科

編入学(高等専門学校出身者)

1 時限 数学

注意事項

1. 机の上に置けるものは、鉛筆・シャープペンシル・ボールペン（黒又は青のみ）・鉛筆削り・消しゴム・時計・眼鏡・受験票です。携帯電話・スマートフォン・スマートウォッチ等の通信機器を時計として使用することは禁止します。
2. 1 問につき解答用紙 1 枚を使用してください。
3. 追加の解答用紙の使用を希望する場合は、申し出てください。

2025 年度学習院大学理学部数学科編入学試験問題 数学
2024 年 12 月 7 日
試験時間：9：00～11：10（130 分）

1 a を実数とし，行列

$$M = \begin{pmatrix} 1 & a & 3 & 2 \\ a+1 & 2a+1 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

に対して，線形写像 $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ を

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \mapsto M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$$

によって定める．

- (1) f の核が 2 次元となる a を求めよ．
- (2) f の核が 2 次元となるとき， f の像 $\text{Im } f$ の基底を一組求めよ．
- (3) f の核が 2 次元となるとき， $\mathbb{R}^3$ の部分ベクトル空間 W で

$$\text{Im } f \oplus W = \mathbb{R}^3$$

となるものを一つ求めよ．

- 2 実数を成分に持つ 2 次正方行列全体のなすベクトル空間を V とする. b を実数とし, 2 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1-b}{2} \\ 2 & b \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$$

に対して, 線形写像 $g: V \rightarrow V$ を

$$X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \mapsto AX - XB$$

によって定める.

- (1) V の基底 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ に関する g の表現行列を求めよ.
- (2) g は -1 を固有値に持つことを示せ. また, g の固有値をすべて求めよ.
- (3) g の固有値 -1 に対する固有空間の次元を求めよ.
- (4) g が対角化可能でないときの b の値, およびそのときの g の固有ベクトルを全て求めよ.

- 3 以下の問いに答えよ.

(1)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin x) - (ax^2 + bx + c)}{x^3}$$

が存在するような実数 a, b, c と, その極限值を求めよ.

(2) 関数

$$f(x, y) = 3xy + \frac{3}{2}y^2 - x^2y - xy^2 - y^3$$

の極値を与える点をすべて求め, 極大値, 極小値のどちらを与えるか答えよ.

- 4 重積分

$$\iiint_{0 \leq z \leq 3 - (x^2 + y^2)} \frac{x^2 - 2y^2}{z + 1} dx dy dz$$

を求めよ.

5

(1) s を正の実数とする．級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

が収束するための s の条件を求めよ．証明も書くこと．

(2) 級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}$$

は収束するか，発散するか，理由を付けて答えよ．

(3) 級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{1}{n}} - 1 - \frac{1}{n} \right)$$

は収束するか，発散するか，理由を付けて答えよ．

令和 7 (2025)年度 学習院大学 編入学試験

※太線わく内は必ず記入してください。

志望学部	理学部	志望学科	数学科	受験番号		氏名	カナ 漢字	
試験科目	数	学	備考	解答用紙		採点欄		

(必要の場合は裏面を使用ください)

※太線わく内は必ず記入してください。

志望学部	理学部	志望学科	数学科	受験番号		氏名	カナ	
						漢字		
試験科目	数 学		備考	解答用紙		採点欄		

(必要な場合は裏面を使用ください)

令和 7 (2025)年度 学習院大学 編入学試験

※太線わく内は必ず記入してください。

志望学部	理学部	志望学科	数学科	受験番号		氏名	カナ 漢字	
試験科目	数 学		備 考	解答用紙		採点欄		

(必要な場合は裏面を使用ください)

令和 7 (2025)年度 学習院大学 編入学試験

※太線わく内は必ず記入してください。

志望学部	理学部	志望学科	数学科		受験番号		氏名	カナ 漢字	
試験科目	数 学		備考	解答用紙			採点欄		

(必要な場合は裏面を使用ください)

※太線わく内は必ず記入してください。

志望学部	理学部	志望学科	数学科	受験番号		氏名	カナ	
							漢字	
試験科目	数 学		備考	解答用紙		採点欄		

(必要の場合は裏面を使用ください)

計算・下書き 用紙

計算・下書き 用紙