

令和 7 年度 指定校推薦入学者選抜 面接用筆記試験

本日の面接の際に、ここで作成する答案を参照しながら黒板で以下の問題を解いてもらい、内容に関するいくつかの質問を行います。できる範囲でかまわないので、以下の問題について答案を作成しておいてください。

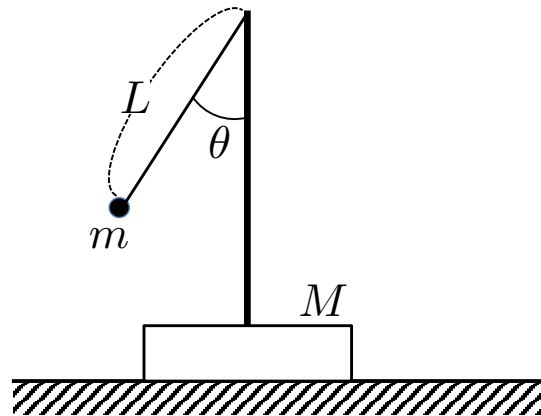
水平で滑らかな床の上に質量 M の台がある。この台には、長さ L のひもに質量 m の小球がついた振り子が設置してある。台と小球は床に垂直な平面内を運動する。台と床の間の摩擦は無視できる。台と小球以外の質量は無視でき、振り子のひもはたるまないとする。重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。

台が床に固定されている場合を考える。

- (a) 小球を鉛直軸から左に角度 90° の位置に持ち上げ静止した。小球を静かに放した後、振り子が鉛直軸と角度 θ となった瞬間の小球の速さ u_0 とひもの張力の大きさ T_0 を求めよ。
- (b) 小球が最下点に達した時の小球の速さ u_1 を求めよ。

次に台が床の上を自由に動く場合を考える。

- (c) 静止した台の上で小球を (a) と同様の位置で静止してから静かに放すと、小球と台が動き始めた。小球が最下点に達したとき台の速さは V であった。このとき小球の速さ u_2 を台を固定していた時の速さ u_1 を使って表せ。



解答および解説

(a) エネルギー保存則

$$mgL = \frac{1}{2}mu_0^2 + mgL(1 - \cos \theta)$$

より

$$u_0 = \sqrt{2gL \cos \theta}$$

がえられる.

遠心力 mu_0^2/L , ひもの張力 T_0 , 重力の動径方向成分 $mg \cos \theta$ の間の釣り合いの式は,

$$m \frac{u_0^2}{L} + mg \cos \theta - T_0 = 0$$

となる. これから

$$T_0 = 3mg \cos \theta$$

がえられる.

(b) u_0 の表式に $\theta = 0$ を代入することにより,

$$u_1 = \sqrt{2gL}$$

がえられる.

(c) 運動量保存則

$$mu_2 + MV = 0$$

より,

$$V = -\frac{m}{M}u_2$$

となる. これを力学的エネルギーの保存則

$$mgL = \frac{1}{2}mu_2^2 + \frac{1}{2}MV^2$$

に代入すると,

$$mgL = \frac{1}{2}mu_2^2 + \frac{1}{2}M \left(\frac{m}{M}u_2 \right)^2$$

となり, これを解くことにより,

$$u_2 = \sqrt{\frac{M}{m+M}2gL} = \sqrt{\frac{M}{m+M}}u_1$$

がえられる.

出題の意図

動く台の上に設置した振り子の問題で、力学分野の基本的な問題です。「エネルギー保存則」と「運動量保存則」をきちんと理解していれば簡単に解答できる問いです。問題を解く際に「小球の高さを角度 θ で正しく表すことができるか」、「小球が動いている場合の力の釣り合いを正しく表せるか」がポイントです。