2025 年度

指定校推薦入学希望者面接用参考問題

2024 年 11 月 17 日

解答時間：60 分

$\boxed{1}$　次の各問に答えよ．

(1) 平面ベクトル $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ のなす角は 60 度であり，$|\overrightarrow{a}| = 1$, $|\overrightarrow{b}| = 2$ が満たされるとする．$\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}$ と $6\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ が直交するような実数 t を求めよ．

(2) 赤玉 3 つ，白玉 2 つを無作為に 1 列に並べるとき，となり合う赤玉がある確率を求めよ．

$\boxed{2}$　不定積分

$$\int (2x+1)\cos(3x-2)\,dx$$

を求めよ．

$\boxed{3}$

(1) 関数

$$y = x|x-3|$$

のグラフの概形を描け．

(2) m を実数とする．関数 $y = x|x-3|$ のグラフと直線 $y = mx$ がちょうど 3 点で交わるような m の範囲を求めよ．

$\boxed{4}$　座標平面上の点 $\mathrm{P}(1, 8)$ を通る傾きが負の直線を L とする．L と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ A, B とするとき，線分 AB の長さが最小となるような直線 L の傾きを求めよ．

解答

$\boxed{1}$

(1)　平面ベクトル $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ のなす角は 60 度であり，$|\overrightarrow{a}| = 1$, $|\overrightarrow{b}| = 2$ が満たされるという条件から，$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 1$ である．これを使って，$(\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}) \cdot (6\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}) = 0$ を解けば，$\boxed{t = -2}$ を得る．

(2)　赤玉がとなり合わない並べ方は，赤白赤白赤と並べる 1 通りしかない．すべての並べ方は 10 通りなので，求める確率は $1 - \frac{1}{10} = \boxed{\dfrac{9}{10}}$.

$\boxed{2}$　部分積分を使って，

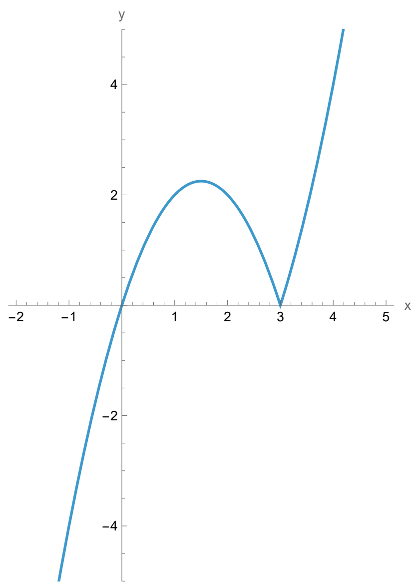
$$\int (2x+1)\cos(3x-2)\,dx = \int (2x+1)\left(\frac{1}{3}\sin(3x-2)\right)'\,dx$$

$$= (2x+1)\left(\frac{1}{3}\sin(3x-2)\right) - \int 2\left(\frac{1}{3}\sin(3x-2)\right)dx$$

$$= \boxed{\frac{2x+1}{3}\sin(3x-2) + \frac{2}{9}\cos(3x-2) + C}.$$

$\boxed{3}$

(1)　$x|x-3| = \begin{cases} -x(x-3): & x \leq 3 \\ x(x-3): & x > 3 \end{cases}$ により，求めるグラフは下記のようになる．



(2) $y = x|x-3|$ のグラフと直線 $y = mx$ は，$m = 0$ のとき 2 点で交わり，$m < 0$ のとき，原点 1 点でのみ交わる．$y = -x(x-3)$ の原点における接線は $y = 3x$ である．この接線は $y = x|x-3|$ のグラフと 2 点で交わる．$m > 0$ かつ $m \neq 3$ のとき，$y = mx$ は，$y = x|x-3|$ の $x \leq 3$ の部分と原点及び $x < 0$ の 1 点の計 2 点で交わり，$y = x|x-3|$ の $x > 3$ の部分と 1 点で交わるので，合計 3 点で交わる．よって，求める答えは，$\boxed{m > 0 \text{ かつ } m \neq 3}$．

$\boxed{4}$

直線 AB の式を $y = t(x-1)+8$ とする．AB^2 が最小となる t を求めればよい．$\mathrm{AB}^2 = (8-t)^2 + (1-\frac{8}{t})^2$ であり，この導関数は $(2+\frac{16}{t^3})(t-8)$ であるので，増減表を書けば，$\boxed{t = -2}$ で最小値を取ることが分かる．