

令和 8 (2026) 年度  
学習院大学大学院  
自然科学研究科 数学専攻  
博士前期課程  
試験区分 (一般・夏期)  
入学試験問題

| 9:00～12:00 | 13:30～15:00 |
|------------|-------------|
| 数学         | 英語          |

令和8(2026)年度  
学習院大学大学院

自然科学研究科 数学専攻  
博士前期課程

一般入試(夏期)

1時限 数学

注意事項

1. 机の上に置けるものは、鉛筆・シャープペンシル・ボールペン（いずれも黒又は青のみ）・消しゴム・時計・受験票です。携帯電話・スマートフォン・スマートウォッチ等の通信機器を時計として使用することは禁止します。
2. 1問につき解答用紙1枚を使用してください。
3. 追加の解答用紙の使用を希望する場合は、申し出てください（2枚まで可）。

2026 年度  
学習院大学大学院

自然科学研究科 博士前期課程 数学専攻  
(夏季募集)

入学試験問題

数 学

2026 年 7 月 5 日

---

次の問題のうち, **1**, **2** には必ず答えなさい. さらに, **3**, ..., **8** から 2 問選択し, 計 4 問について解答しなさい.

---

以下では,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  はそれぞれ整数全体の集合, 有理数全体の集合, 実数全体の集合, 複素数全体の集合を表すこととする.

**1** 実数を成分に持つ 2 次正方行列全体のなすベクトル空間を  $V$  とする.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

に対して, 線形変換  $f : V \rightarrow V$  を

$$f\left(\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}\right) = A \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} B$$

によって定める.

- (1)  $V$  の基底  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  に関する  $f$  の表現行列を求めよ.
- (2)  $f$  の固有値および固有ベクトルを求めよ.
- (3)  $f$  のジョルダン標準形およびそれを与える  $V$  の基底を求めよ.

**2**

- (1) 実数値連続関数  $f(x)$  は閉区間  $[a, b]$  において下に凸とする. つまり, 任意の  $x, y \in [a, b]$ ,  $t \in (0, 1)$  に対して  $z = tx + (1 - t)y$  とすると,

$$f(z) \leq tf(x) + (1 - t)f(y)$$

が成り立つとする. さらに,  $f(a) = f(b)$  をみたすと仮定する. このときある  $c \in (a, b)$  に対して

$$f(c) = f(a) = f(b)$$

ならば,  $f(x)$  は閉区間  $[a, b]$  において定数関数であることを示せ.

(2) 平面の部分集合  $D$  を

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, |y| \leq x\}$$

と定義する. このとき, 重積分

$$\iint_D x^2 dx dy$$

を求めよ.

**3** 整数を成分とする 2 次正方行列全体の集合の部分集合

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Z}, a - b - c = 0 \right\}$$

を考える.

- (1)  $R$  は行列の通常和, 積を演算とする可換環であることを示せ.
- (2)  $R$  の単元群 (可逆元全体の作る群) は  $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$  と同型であることを示せ.
- (3) 準同型写像  $f : R \rightarrow \mathbb{Z}$  を

$$f \left( \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \right) = a$$

によって定めるとき,  $f$  の核は単項イデアルであることを, 生成元を求めることによって示せ.

**4**  $\alpha = \frac{1}{2 + \sqrt[3]{5}}$  とおく.

- (1)  $\alpha$  の  $\mathbb{Q}$  上の最小多項式を求めよ.
- (2) 体の拡大次数  $[\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}]$  を求めよ.
- (3)  $\mathbb{Q}(\alpha)$  の  $\mathbb{Q}$  上のガロア閉包を  $K$  とする. つまり,  $K$  は条件

$$\mathbb{Q}(\alpha) \subset K \text{ かつ } K/\mathbb{Q} \text{ はガロア拡大}$$

をみたす最小の体である. このとき, ガロア群  $\text{Gal}(K/\mathbb{Q})$  を求めよ.

**5** 実数値関数  $y(x)$  に対して  $y' = \frac{dy(x)}{dx}$  と表したとき, 以下の微分方程式の解を求めよ.

$$(1) \ y' = xy^2 - y^2$$

$$(2) \ y = x(y')^2 - (y')^2$$

**6**  $I$  を区間  $[0, 1]$ ,  $\mathfrak{F}$  は  $I$  上のルベグ可測集合の族,  $\mu$  を  $\mathfrak{F}$  上の測度として, 測度空間  $(I, \mathfrak{F}, \mu)$  を考える.  $I$  上で定義された非負実数値連続関数の集合を  $C(I, [0, \infty))$  としたとき, 任意の  $f \in C(I, [0, \infty))$  に対して

$$f(0) \geq \int_I f(x) d\mu(x)$$

が成り立つとする. このとき, ある  $c \in I$  が存在して

$$\int_I f(x) d\mu(x) = cf(0)$$

となることを示せ.

**7** 位相空間  $X$  の部分集合  $A$  について,  $A$  の内部を  $\text{Int}(A)$ ,  $A$  の閉包を  $\text{Cl}(A)$  で表すことにする.  $X$  の任意の部分集合  $B$  について以下が成立することを示せ.

$$\text{Int}(\text{Cl}(\text{Int}(\text{Cl}(B)))) = \text{Int}(\text{Cl}(B))$$

**8**  $\mathbb{R}^3$  の部分集合  $M$  を

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 = 1 - x^2 + y^2\}$$

で定める.

(1)  $M$  は  $\mathbb{R}^3$  の部分多様体であることを示せ.

(2)  $M$  は連結であることを示せ.

|              |        |             |             |        |      |          |  |             |          |  |
|--------------|--------|-------------|-------------|--------|------|----------|--|-------------|----------|--|
| 課<br>程       | 博士前期課程 | 研<br>究<br>科 | 自然科学<br>研究科 | 専<br>攻 | 数学専攻 | 受験<br>番号 |  | 氏<br>名      | フリ<br>ガナ |  |
|              |        |             |             |        |      |          |  |             | 漢<br>字   |  |
| 試験科目         | 2026年度 |             |             |        | 備考   | 解 答 用 紙  |  | 採<br>点<br>欄 |          |  |
|              | 数      | 学           |             |        |      |          |  |             |          |  |
| <div>問</div> |        |             |             |        |      |          |  |             |          |  |

